

1. Прототип задания В12 (№ 27953)

При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ})$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (^{\circ}\text{C})^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t° – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

2. Прототип задания В12 (№ 27954)

Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 500$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p - v) - f$. Определите наименьший месячный объем производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300000 руб.

3. Прототип задания В12 (№ 27955)

После дождя уровень воды в колодезе может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодезь и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h – расстояние в метрах, t – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

4. Прототип задания В12 (№ 27956)

Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задаётся формулой $q = 100 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

5. Прототип задания В12 (№ 27957)

Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?

6. Прототип задания В12 (№ 27958)

Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m – масса воды в килограммах, v – скорость движения ведерка в м/с, L – длина веревки в метрах, g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

7. Прототип задания В12 (№ 27959)

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$, где t – время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ м – начальная высота столба воды, $k = 1/50$ – отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

8. Прототип задания В12 (№ 27960)

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 4$ м – начальный уровень воды, $a = \frac{1}{100}$ м/мин², и $b = -\frac{2}{5}$ м/мин – постоянные, t – время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

9. Прототип задания В12 (№ 27961)

Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой $y = ax^2 + bx$, где $a = -\frac{1}{100}$ м⁻¹, $b = 1$ – постоянные параметры, x (м) – смещение камня по горизонтали, y (м) – высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

10. Прототип задания В12 (№ 27962)

Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температур вычисляется по формуле $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где t – время в минутах, $T_0 = 1400$ К, $a = -10$ К/мин², $b = 200$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

11. Прототип задания В12 (№ 27963)

Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t – время в минутах, $\omega = 20^\circ/\text{мин}$ – начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4^\circ/\text{мин}^2$ – угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 1200° . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

12. Прототип задания В12 (№ 27964)

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью $v_0 = 57$ км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 12$ км/ч². Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 30 км от города. Ответ выразите в минутах.

13. Прототип задания В12 (№ 27965)

Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 20$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 5$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 30 метров. Ответ выразите в секундах.

14. Прототип задания В12 (№ 27966)

Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 8$ кг и радиуса $R = 10$ см, и двух боковых с массами $M = 1$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг·см², дается формулой $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения 625 кг·см²? Ответ выразите в

сантиметрах.

15. Прототип задания В12 (№ 27967)

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \rho g l^3$, где l – длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 9,8 \text{ Н/кг}$). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 78400 Н? Ответ выразите в метрах.

16. Прототип задания В12 (№ 27968)

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \alpha \rho g r^3$, где $\alpha = 4,2$ – постоянная, r – радиус аппарата в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ Н/кг}$). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 336000 Н? Ответ выразите в метрах.

17. Прототип задания В12 (№ 27969)

Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела P , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры: $P = \sigma S T^4$, где $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$ – постоянная, площадь S измеряется в квадратных метрах, а температура T – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь $S = \frac{1}{16} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а излучаемая ею мощность P не менее $9,12 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

18. Прототип задания В12 (№ 27970)

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 30 \text{ см}$. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана – в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

19. Прототип задания В12 (№ 27971)

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440 \text{ Гц}$. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c – скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315 \text{ м/с}$. Ответ выразите в м/с.

20. Прототип задания В12 (№ 27972)

По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$, где ε – ЭДС источника (в вольтах), $r = 1 \text{ Ом}$ – его внутреннее сопротивление, R – сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$? (Ответ выразите в Омах.)

21. Прототип задания В12 (№ 27973)

Сила тока в цепи I (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома: $I = \frac{U}{R}$, где U – напряжение в вольтах, R – сопротивление электроприбора в Омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 4 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в Омах.

22. Прототип задания В12 (№ 27974)

Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле $A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}$, где ω – частота вынуждающей силы (в c^{-1}), A_0 – постоянный параметр, $\omega_p = 360 c^{-1}$ – резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 12,5%. Ответ выразите в c^{-1} .

23. Прототип задания В12 (№ 27975)

В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет $R_1 = 90$ Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление R_2 этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями R_1 Ом и R_2 Ом их общее сопротивление дается формулой $R_{общ} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в Омах.

24. Прототип задания В12 (№ 27976)

Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$, где T_1 – температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 – температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника $T_2 = 340$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

25. Прототип задания В12 (№ 27977)

Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой m_B (в килограммах) от температуры t_1 до температуры t_2 (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы $m_{др}$ кг. Он определяется формулой $\eta = \frac{c_B m_B (t_2 - t_1)}{q_{др} m_{др}} \cdot 100\%$, где $c_B = 4,2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К) – теплоёмкость воды, $q_{др} = 8,3 \cdot 10^6$ Дж/кг – удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть $m = 83$ кг воды от 10°C до кипения, если известно, что КПД кормозапарника не больше 21%. Ответ выразите в килограммах.

26. Прототип задания В12 (№ 27978)

Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу $m = 1260$ тонн представляют собой две пустотелые балки длиной $l = 18$ метров и шириной s метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой $p = \frac{mg}{2ls}$, где m – масса экскаватора (в тоннах), l – длина балок в метрах, s – ширина балок в метрах, g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление p не должно превышать 140 кПа. Ответ выразите в метрах.

27. Прототип задания В12 (№ 27979)

К источнику с ЭДС $\varepsilon = 55$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,5$ Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой

$U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 50 В? Ответ выразите в Омах.

28. Прототип задания В12 (№ 27980)

При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с

частотой исходного сигнала $f_0 = 150$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \frac{c + u}{c - v}$ (Гц), где c – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 10$ м/с и $v = 15$ м/с – скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 160 Гц?

29. Прототип задания В12 (№ 27981)

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 749 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле

$v = c \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с – скорость звука в воде, f_0 – частота испускаемых импульсов (в МГц), f – частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отраженного сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 2 м/с.

30. Прототип задания В12 (№ 27982)

Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$. Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч².

31. Прототип задания В12 (№ 27983)

При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах,

сокращается по закону $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, где $l_0 = 5$ м – длина покоящейся ракеты, $c = 3 \cdot 10^5$ км/с – скорость света, а v – скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 4 м? Ответ выразите в км/с.

32. Прототип задания В12 (№ 27984)

Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h м над землей, выраженное в

километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 4 километров? Ответ выразите в метрах.

33. Прототип задания В12 (№ 27985)

Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до

наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 6,4 километров?

34. Прототип задания В12 (№ 27986)

Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до

видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая

ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?

35. Прототип задания В12 (№ 27987)

Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной l км с постоянным ускорением a км/ч², вычисляется по формуле $v^2 = 2la$. Определите, с какой наименьшей скоростью будет двигаться автомобиль на расстоянии 1 километра от старта, если по конструктивным особенностям автомобиля приобретаемое им ускорение не меньше 5000 км/ч². Ответ выразите в км/ч.

36. Прототип задания В12 (№ 27988)

Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление P (в паскалях), оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$, где $m = 1200$ кг – общая масса навеса и колонны, D – диаметр колонны (в метрах). Считая ускорение свободного падения $g = 10$ м/с², а $\pi = 3$, определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па. Ответ выразите в метрах.

37. Прототип задания В12 (№ 27989)

Автомобиль, масса которого равна $m = 2160$ кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение t секунд остается неизменным, и проходит за это время путь $S = 500$ метров. Значение силы $F = \frac{2mS}{t^2}$ (в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно $F = \frac{2mS}{t^2}$. Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила F , приложенная к автомобилю, не меньше 2400 Н. Ответ выразите в секундах.

38. Прототип задания В12 (№ 27990)

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = \text{const}$, где p – давление в газе в паскалях, V – объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него $k = 5/3$) из начального состояния, в котором $\text{const} = 10^5$ Па · м⁵, газ начинают сжимать. Какой наибольший объем V может занимать газ при давлениях p не ниже $3,2 \cdot 10^6$ Па? Ответ выразите в кубических метрах.

39. Прототип задания В12 (№ 27991)

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) – начальная масса изотопа, t (мин.) – время, прошедшее от начального момента, T (мин.) – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа $m_0 = 40$ мг. Период его полураспада $T = 10$ мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг?

40. Прототип задания В12 (№ 27992)

Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде $pV^a = \text{const}$, где p (Па) – давление в газе, V – объем газа в кубических метрах, a – положительная константа. При каком наименьшем значении константы a уменьшение вдвое раз объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 4 раза?

41. Прототип задания В12 (№ 27993)

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением $pV^{1.4} = \text{const}$, где p (атм.) – давление в газе, V – объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 1,6 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

42. Прототип задания В12 (№ 27994)

Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на

конденсаторе $U_0 = 16$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0,7$ – постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 21 с. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

43. Прототип задания В12 (№ 27995)

Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_n = 20^\circ\text{C}$, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_v = 60^\circ\text{C}$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0,3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры T ($^\circ\text{C}$), причем $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_v - T_n}{T - T_n}$ (м), где $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$ – теплоемкость воды, $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ – коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0,7$ – постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 84 м?

44. Прототип задания В12 (№ 27996)

Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu = 3$ моля воздуха объемом $V_1 = 8$ л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ (Дж), где $\alpha = 5,75$ – постоянная, а $T = 300$ К – температура воздуха. Какой объем V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10350 Дж?

45. Прототип задания В12 (№ 27997)

Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий $\nu = 2$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха.

Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ (Дж), где $\alpha = 5,75$ – постоянная, $T = 300$ К – температура воздуха, p_1 (атм) – начальное давление, а p_2 (атм) – конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

46. Прототип задания В12 (№ 27998)

Мяч бросили под углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ (в секундах) определяется по формуле. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

47. Прототип задания В12 (№ 27999)

Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н · м) определяется формулой $M = NIBl^2 \sin \alpha$, где $I = 2$ А – сила тока в рамке, $B = 3 \cdot 10^{-3}$ Тл – значение индукции магнитного поля, $l = 0,5$ м – размер рамки, $N = 1000$ – число витков провода в рамке, α – острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла α (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент M был не меньше 0,75 Н · м?

48. Прототип задания В12 (№ 28000)

Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$, где t – время в секундах, амплитуда $U_0 = 2$ В, частота $\omega = 120^\circ/\text{с}$, фаза $\varphi = -30^\circ$. Датчик настроен так,

что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

49. Прототип задания В12 (№ 28002)

Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом $q = 2 \cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $v = 5$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля $B = 4 \cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная $F_L = qvB \sin \alpha$ (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$ шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила F_L была не менее чем $2 \cdot 10^{-8}$ Н? Ответ дайте в градусах.

50. Прототип задания В12 (№ 28003)

Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли.

Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$,

где $v_0 = 20$ м/с – начальная скорость мячика, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 4 м на расстоянии 1 м?

51. Прототип задания В12 (№ 28004)

Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли.

Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ (м), где $v_0 = 20$ м/с –

начальная скорость мячика, а g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 20 м?

52. Прототип задания В12 (№ 28005)

Плоский замкнутый контур площадью $S = 0,5$ м² находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой $\mathcal{E}_i = aS \cos \alpha$, где α – острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру, $a = 4 \cdot 10^{-4}$ Тл/с – постоянная, S – площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м²). При каком минимальном угле α (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать 10^{-4} В?

53. Прототип задания В12 (№ 28006)

Трактор тащит сани с силой $F = 80$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной $S = 50$ м вычисляется по формуле $A = FS \cos \alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) совершенная работа будет не менее 2000 кДж?

54. Прототип задания В12 (№ 28007)

Трактор тащит сани с силой $F = 50$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Мощность (в киловаттах) трактора при скорости $v = 3$ м/с равна $N = Fv \cos \alpha$. При каком максимальном угле α (в градусах) эта мощность будет не менее 75 кВт?

55. Прототип задания В12 (№ 28008)

При нормальном падении света с длиной волны $\lambda = 400$ нм на дифракционную решетку с периодом d нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол φ (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума k связаны соотношением $d \sin \varphi = k\lambda$. Под каким минимальным углом φ (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решетке с периодом, не превосходящим 1600 нм?

56. Прототип задания В12 (№ 28009)

Два тела массой $m = 2$ кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $v = 10$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется

выражением $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 50 джоулей?

57. Прототип задания В12 (№ 28010)

Катер должен пересечь реку шириной $L = 100$ м и со скоростью течения $u = 0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом

время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$, где α – острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

58. Прототип задания В12 (№ 28011)

Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью $v = 3$ м/с под острым углом α

к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью $u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha$ (м/с), где $m = 80$ кг – масса скейтбордиста со скейтом, а $M = 400$ кг – масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,25 м/с?

59. Прототип задания В12 (№ 28012)

Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $v(t) = 0,5 \sin \pi t$, где t – время в секундах. Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле

$E = \frac{mv^2}{2}$, где m – масса груза (в кг), v – скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $5 \cdot 10^{-3}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

60. Прототип задания В12 (№ 28013)

Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $v(t) = 0,5 \cos \pi t$, где

t – время в секундах. Кинетическая энергия груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m – масса груза (в кг), v – скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $5 \cdot 10^{-3}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

61. Прототип задания В12 (№ 28014)

Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону $v(t) = 5 \sin \pi t$ (см/с), где t – время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения превышала 2,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

62. Прототип задания В12 (№ 263802)

Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте h километров над землей до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ (км) – радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 4 километра? Ответ выразите в километрах.

63. Прототип задания В12 (№ 317096)

Независимое агентство намерено ввести рейтинг R новостных изданий на основе показателей информативности In , оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый показатель оценивается целыми числами от -2 до 2 .

Аналитик, составляющий формулу, считает, что информативность публикаций ценится втрое, а объективность — вдвое дороже, чем оперативность. В результате, формула примет вид

$$R = \frac{3In + Op + 2Tr}{A}.$$

Каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все показатели наибольшие, получило рейтинг 30?

64. Прототип задания В12 (№ 317097)

Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1) \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}},$$

где $r_{\text{пок}}$ – средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ – оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и K – число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина «Альфа», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 10, их средняя оценка равна 0,9, а оценка экспертов равна 0,35.

65. Прототип задания В12 (№ 319859)

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности публикаций Tr , а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций – вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?

66. Прототип задания В12 (№ 319860)

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности публикаций Tr , а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от -2 до 2. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций – впятеро дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{5In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

Ответы

1.